БУЛОВЕ АЛГЕБРЕ

1. ТЕСТ ОСНОВНОГ ЗНАЊА

1. Исказну формулу $(p \vee q) \Rightarrow p$ написати у облику савршене дисјунктивне нормалне форме. (***10. фебруар. 2013. год***) $((p \wedge q) \vee (p \wedge \bar{q}) \vee (\bar{p} \wedge \bar{q}))$

2. Булову функцију $(p \wedge q) \wedge (q \Rightarrow r)$ написати у облику СДНФ. (***18. јануар 2015. год***) $(p \wedge q \wedge r)$

3. Број елемената коначне Булове алгебре може бити (заокружити тачне одговоре):

а) 6; ***б)*** 8; ***в)*** 10;
г) 16; ***д)*** 24; ***ђ)*** 30;
е) Ниједан од претходних бројева. (***9. фебруар 2014. год***)

4. Дата је Булова функција $f(p,q) = p \Leftrightarrow q$

а) написати дату функцију у облику СКНФ (савршене конјуктивне нормалне форме): $((\bar{p} \vee q) \wedge (p \vee \bar{q}))$

б) написати негацију дате функције: $((p \wedge \bar{q}) \vee (\bar{p} \wedge q))$ (***04. јул 2015. год.***)

5. Булову функцију $f(p,q) = p \wedge (q \wedge p)$ написати у облику СДНФ.

$(p \wedge q)$ (***13. септембар 2014. год.***)

6. Дата је исказна формула $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \vee p)$.

Заокружити тачне одговоре:
а) дата исказна формула је таутологија;
б) дата исказна формула је контрадикција;
в) дата исказна формула није ни таутологија ни контрадикција;
г) ниједан од претходних одговора није тачан. (***20. јануар. 2013. год.***)

7. Број елемената произвољне коначне Булове алгебре мора бити (заокружити тачне одговоре):

а) број облика $2n$, $n \in N$;
б) број облика 3^n, $n \in N$;
в) број облика 2^n, $n \in N$;
г) број облика n^2, $n \in N$;
д) број облика 2^{2^n}, $n \in N$;
ђ) ниједно од претходних тврђења није тачно. (***30. 06. 2012. год.***)

8. Нека је непразн скуп B, на коме су дефинисане бинарне операције $"\vee"$ (дисјункција), $"\wedge"$ (конјункција) и $"\bar{\ }"$ (комплемент) Булова алгебра. Заокружити слова поред аксиома:

(а) $(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$
(б) $(\forall a \in B)(\forall b \in B)\ a \vee b = b \vee a$
(в) $(\forall a \in B)(\forall b \in B)\ \overline{(a \vee b)} = \bar{a} \vee \bar{b}$
(г) Ниједна од претходно понуђених формула није аксиома. (***13. јун 2015. год.***)

9. Колико се различитих Булових функција може саставити од промењљивих p, q и r?

$(2^{2^3} = 256)$ (***5. јул 2014. год.***)

10. Различитих Булових функција $f: \{0,1\}^n \to \{0,1\}$ таквих да важи $f(1,1,\ldots,1) = 0$ и $f(0,0,\ldots,0) = 1$ има:

(а) 2^n; ***(б)*** 2^{n-1}; ***(в)*** 2^{n-2}; ***(г)*** 2^{n^2}; ***(д)*** ниједно од претходних тврђења није тачно. (***25. август 2012. год.***)

11. Заокружити формуле које су таутологије:

(а) $p \wedge \neg p$;
(б) $p \vee \neg p$;
(в) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\neg p \Rightarrow \neg q)$;
(г) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$;
(д) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow p$;
(ђ) Ниједна од претходно понуђених формула није таутологија. (**11.*јун 2011. год.***)

2. ИСПИТНИ ЗАДАЦИ

1. **[5+2]** ***а)*** Одредити све Булове функције $f: \{0,1\}^2 \to \{0,1\}$ такве да је формула

$$\left(p \Rightarrow \left(f(p,q) \Rightarrow \bar{q}\right)\right) \Rightarrow p \wedge q \vee f(p,q)$$ таутологија.

Постоје две такве функције:

$$f_1(0,0) = f_1(0,1) = f_1(1,0) = f_1(1,1) = 1$$
$$f_2(0,0) = f_2(0,1) = f_2(1,0) = 1, \quad f_2(1,1) = 0$$

б) Представити све добијене Булове функције у облику СКНФ. (***19. 04. 2015.)***

функција $f_1(p,q)$ не поседује СКНФ, а СКНФ за функцију $f_2(p,q)$ јесте $f_2(p,q) = \bar{p} \vee \bar{q}$

2. **[8]** Одредити број Булових функција $f: \{0,1\}^2 \to \{0,1\}$ таквих да је формула

$$((p \wedge \neg q) \vee f(p,q) \Rightarrow f(p,q)) \wedge (((f(p,q) \Rightarrow p \vee q) \downarrow \neg q))$$

контрадикција. $2^{2^2} = 16$ (***14. 04. 2013.***)

3. **[5+2]** Колико има Булових функција $f:\{0,1\}^n \to \{0,1\}$ таквих да важи:

а) $f(a,a,\dots,a)=\overline{a}$ (2^{2^n-2}); ***б)*** $f(\overline{a},\overline{a},\dots,\overline{a})=a$ (2^{2^n-2}) ? (***15. 09. 2012.***)

4. **[6]** Одредити у облику СДНФ и СКНФ све Булове функције $A(p,q)$ такве да формула $\left(p\Rightarrow(A\Rightarrow\neg q)\right)\Rightarrow p\wedge q\vee A$ буде таутологија.

Постоје две такве функције:

$A_1(0,0)=A_1(0,1)=A_1(1,0)=A_1(1,1)=1$

$A_2(0,0)=A_2(0,1)=A_2(1,0)=1,\quad A_2(1,1)=0$

Одговарајуће СДНФ су: $$\begin{array}{l} A_1(p,q)=(p\wedge q)\vee(p\wedge\overline{q})\vee(\overline{p}\wedge q)\vee(\overline{p}\wedge\overline{q}) \\ A_2(p,q)=\vee(p\wedge\overline{q})\vee(\overline{p}\wedge q)\vee(\overline{p}\wedge\overline{q}) \end{array}.$$

Функција $A_1(p,q)$ не поседује СКНФ, а СКНФ за функцију $A_2(p,q)$ јесте $A_2(p,q)=\overline{p}\vee\overline{q}$

(***8. 04. 2012.***) и (***11. 06. 2011.***)

5. **[6]** Представити Булов израз $(p\Rightarrow q)\vee q$ помоћу:

а) Шеферове ("ни") функције $\uparrow$

$$(p\Rightarrow q)\vee q=\left((p\uparrow p)\uparrow(p\uparrow p)\right)\uparrow(q\uparrow q);$$

б) Лукашијевичеве ("нили") функције $\downarrow$

$$(p\Rightarrow q)\vee q=\left((p\downarrow p)\downarrow q\right)\downarrow\left((p\downarrow p)\downarrow q\right).$$ (***17. 09. 2011.***)

6. **[9]** Одредити све Булове функције $f:\{0,1\}^2\to\{0,1\}$ такве да формула $\left(q\wedge f(p,q)\Rightarrow\neg p\right)\Rightarrow\left((p\Rightarrow\neg q)\Rightarrow f(p,q)\right)$ буде таутологија и представити их у облику СКНФ.

Постоје две такве функције:

$f_1(0,0)=f_1(0,1)=f_1(1,0)=f_1(1,1)=1$

$f_2(0,0)=f_2(0,1)=f_2(1,0)=1,\quad f_2(1,1)=0$

функција $f_1(p,q)$ не поседује СКНФ, а СКНФ за функцију $f_2(p,q)$ јесте $f_2(p,q)=\overline{p}\vee\overline{q}$

(***27. 08. 2011.***)